Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación
y Tecnología de la Información
Estructuras Discretas III
CI-2523 Ene-Mar 2011

> Ilusiona pensar que se conoce alguna cosa cuando se tiene una formulación matemática de lo que acaece; solo se ha «indicado, descrito», nada más.
>
> La voluntad de poder, Federico Nietzsche.

Tarea 4—Funciones Generatrices

NOMBRE CARNET NOTA

1. Use el método de la función generatriz para resolver las siguientes recurencias:

   a) $x_n = 3x_{n-1} - 2x_{n-2} + 1 \quad n \geq 2, \qquad x_0 = 1, x_1 = 1$

   b) $x_n = 3x_{n-1} - 2x_{n-2} + 2^n \quad n \geq 2, \qquad x_0 = 0, x_1 = 2$

   c) $x_n = 3x_{n-1} - 2x_{n-2} + n \quad n \geq 2, \qquad x_0 = 0, x_1 = 1$

2. Use el método de la función generatriz para resolver la recurrencia de los número de Fibonacci:
   $f_n = f_{n-1} + f_{n=2} \quad n \geq 2 \qquad f_0 = 1, f_1 = 1.$

3. Use el método de la función generatriz para resolver la siguiente recurrencia:
   $x_n + x_{n-2} = 2^n \quad n \geq 2 \qquad x_0 = 1, x_1 = 2.$

4. Si $a_n = 1 + a_0 + a_1 + \cdots + a_{n-2} + 2a_{n-1} \quad n \geq 1$ y $a_0 = 0$, encuentre la función generatriz de la sucesión $\{a_n\}$ y a partir de ella encuentre una fórmula cerrada para a_n.

5. Resuelva la siguiente recurrencia usando el método de la función generatriz

$$\begin{aligned} x_0 &= 1; \\ x_n &= x_{n-1} + 2x_{n-2} + \cdots + nx_0, \qquad \text{si } n > 0 \end{aligned}$$

6. Use la fórmula de Taylor para hallar el término general de una sucesión cuya función generatriz tiene como fórmula cerrada $\sqrt{1-4x}$. Resuelva también el problema usando el desarrollo del binomio.

7. Con las condiciones iniciales $y_0 = 0, y_1 = 1$ resuelva la siguiente ecuación en diferencias

$$y_n = y_1 y_{n-1} + y_2 y_{n-2} + \cdots + y_{n-1} y_1 \quad n \geq 2$$

8. Use el método de la función generatriz para resolver el siguiente sistema de ecuaciones en diferencias:

$$\begin{aligned} x_0 &= 1; & y_0 &= 1; \\ x_n &= y_n + x_{n-1}, \quad n \geq 1 & y_n &= 2y_{n-1} - x_{n-1}, \quad n \geq 1 \end{aligned}$$